Einführung in die Astronomie – Übungen

Lösungsvorschläge zur 2. Übungsserie

Aufgabe 2.1

Für eine typische Wellenlänge von einem Meter (entspricht einer Frequenz von 330 MHz; UKW-Radio hat z.B. 88–108 MHz) und einem Pupillendurchmesser von 5 mm (= 5×10^{-3} m) resultiert, wenn man stur die entsprechende Formel anwendet, ein Auflösungsvermögen von

$$\beta = 70^\circ \frac{\lambda}{D} = 70^\circ \frac{1\ \mathrm{m}}{5 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 14\,000^\circ. \tag{1}$$

Inmitten all der Fernseh- und Radiostationen wäre das menschliche Auge also quasi blind... (Abgesehen davon verliert $\beta \approx \lambda/D$ seine physikalische Bedeutung, wenn die Wellenlänge grösser als der Durchmesser des Teleskops ist.)
Das Radioteleskop des Max-Planck-Instituts für Radioastronomie (Effelsberg) hat eine Auflösung von $\beta = 18'$ (entsprechend 0,005 rad). Bei einem Durchmesser $D = 100$ m lässt das auf eine Wellenlänge von etwa $\lambda = 0{,}5$ m schließen. Um eine Auflösung $\beta = 1'$ (also ein Achtzehntel) zu erreichen, bräuchte das Teleskop einen Durchmesser von etwa 2 km (bzw. dem Achtzehnfachen von 100 m). Belässt man es bei $D = 100$ m würde $\beta = 1'$ nur für eine Wellenlänge $\lambda \approx 2{,}5$ cm erreicht.

Aufgabe 2.2

Das theoretische Auflösungsvermögen eines klassischen Teleskops ist definiert als

$$\beta_0 = 1{,}22 \frac{\lambda}{D} \sim \frac{\lambda}{D}, \tag{2}$$

wobei λ die Wellenlänge und D der Durchmesser ist. Das Ergebnis hat als Einheit Bogenmaß (also rad). Aus der Angabe „optisches Teleskop“ konnte man auf eine typische Wellenlänge im sichtbaren Licht schließen, also auf etwa 0,5 µm = $5 \cdot 10^{-7}$ m.
Möchte man jetzt einen Stern auflösen, ihn also nicht wie einen Punkt, sondern zumindest marginal als Scheibchen sehen, dann muss sein scheinbarer Durchmesser β_* (Winkeldurchmesser) größer als etwa die obige Auflösungsgrenze sein:

$$\beta_* \overset{!}{>} \beta_0. \tag{3}$$

Dieser Winkeldurchmesser ist nun das Verhältnis aus wahrem Durchmesser d und Abstand l (siehe Abb. 1):

$$\beta_* \approx \frac{d}{l} = \frac{1{,}4 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^{16}} \approx 3{,}5 \cdot 10^{-8} \approx 0^\circ 0' 0{,}007'' = 7\,\text{mas (Millibogensekunden)}. \tag{4}$$

Den wahren Durchmesser kann man aus der Angabe abschätzen, dass es sich um einen sonnenähnlichen Stern handelt (wobei $\odot$ = Sonne):

$$d \approx d_\odot = 1{,}4 \cdot 10^9\,\mathrm{m}. \tag{5}$$

Da die Frage nach der Auflösbarkeit keine scharf definierte Antwort hat, kann man für die Rechnung genauso gut den wahren bzw. scheinbaren Radius (statt des Durchmessers) verwenden. Dann verdoppelte sich der nötige Teleskopdurchmesser entsprechend, was noch einmal die Tatsache, dass es sich um eine Abschätzung handelt, widerspiegelt.
Die Entfernung zum Stern beträgt

$$l \approx 4\,\mathrm{ly} \approx 4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}. \tag{6}$$

Zusammengefasst bekommt man für den nötigen Teleskopdurchmesser:

$$\beta_* \overset{!}{>} \beta_0, \tag{7}$$
$$\frac{d}{l} > \frac{\lambda}{D}, \tag{8}$$
$$D > \frac{l\lambda}{d} = \frac{4 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}{1{,}4 \cdot 10^{9}\,\mathrm{m}} \sim 10\,\mathrm{m}. \tag{9}$$

Diese Größe liegt tatsächlich im Bereich der derzeit größten optischen Teleskope. Vom Boden aus muss man, um die entsprechende Auflösung zu erreichen, auf jeden Fall noch eine adaptive Optik verwenden, die die Luftunruhe und das resultierende Seeing korrigiert. Interferometrisch, d. h. im Verbund aus mehreren Teleskopen, konnte man auch schon höhere Auflösungen erreichen und entsprechend Sterne schon besser abbilden.

Aufgabe 2.3

Äquatoriale Montierungen bestehen aus 2 Achsen, von denen eine parallel zur Erdachse ausgerichtet ist (Stundenachse). Senkrecht dazu steht die Deklinationsachse, mit der das Teleskop von Himmelspol zu Himmelspol geschwenkt werden kann. Bei der azimutalen Montierung gibt es eine lotrechte Hauptachse (senkrecht zur Erdoberfläche), um die das Teleskop komplett gedreht werden kann. Über die zweite, parallel zum Horizont liegende Achse kann es zwischen Horizont und Zenit bewegt werden. Steht ein Teleskop mit äquatorialer Montierung also exakt am Nord- oder Südpol steht die Stundenachse (die ja parallel zur Erdachse ist) senkrecht zum Boden und die Montierung ist äquivalent zur azimutalen (siehe Abb. 2).
Am Äquator stimmen die beiden Montierungen <u>nicht</u> überein, da dort die Achsen zueinander vertauscht sind. Die erste, mit dem Boden verbundene Achse der äquatorialen Montierung <u>liegt</u> dort parallel zum Boden, geeignet zur Nachführung als Stundenachse. Die zweite Achse der azimutalen Montierung könnte hier zwar parallel zur Erdachse laufen, jedoch nur, wenn das beobachtete Objekt genau auf dem Himmelsäquator liegt. Im Allgemeinen ist dies nicht der Fall.

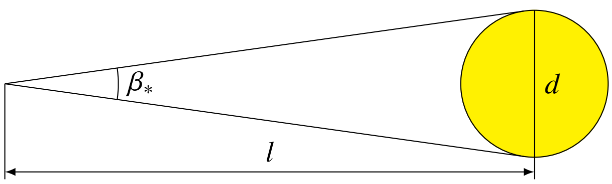

Abbildung 1: Zusammenhang zwischen scheinbarem Durchmesser β_*, wahrem Durchmesser d und Abstand l.

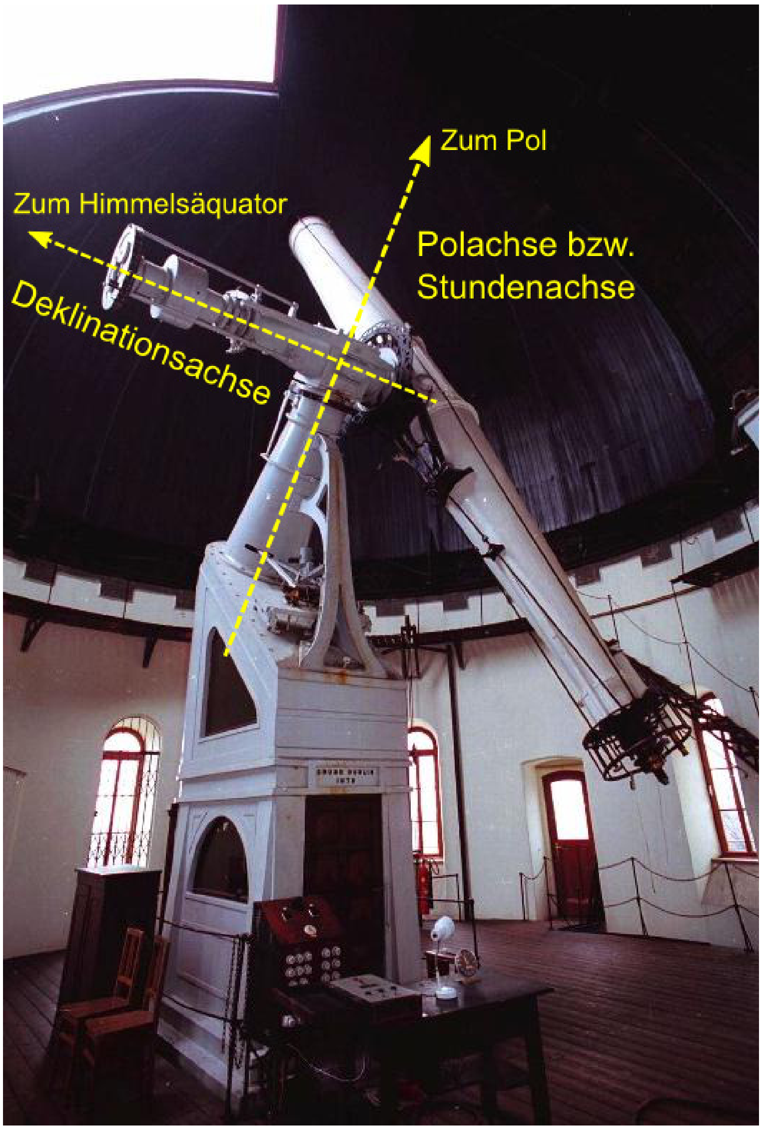

Abbildung 2: Historisches Refraktorteleskop mit äquatorialer Montierung am Institute for Astronomy (IfA), Harvard University.