

Übung zur Vorlesung Neutronensterne SoSe 2012

Übungszettel 6 (29. Mai 2012)

**Abgabe: bis Dienstag, 5. Juni, bei der Vorlesung oder Übung
Besprechung in der Übung am 12.6.**

Übung: Di 15:40h s.t. (Dr. Markus Mugrauer)

1. Setzen Sie die potentielle Gravitationsenergie eines Neutronensterns gleich einem Zehntel seiner Ruheenergie. Berechnen Sie dann zuerst den Radius eines solchen Objektes (im km), dann seine Masse (in Gramm und Sonnenmassen). Nehmen Sie dabei als mittlere Dichte eines Neutronensterns etwa die Atomkerndichte an, also rund 10^{17} kg/m^3 .
(2 Punkte)

2. Nehmen Sie nun an, ein Neutronenstern sei ein vollständig entartetes Fermionengas aus Neutronen.
(a) Stellen Sie dann die in der Vorlesung hergeleitete Gleichung nach der Masse M um:

$$\frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \left(\frac{m_b \cdot \mu}{M}\right)^{-4/3} \simeq \frac{M^2 \cdot G}{R}$$

mit den üblichen Naturkonstanten Heisenbergsches Wirkungsquantum h , Lichtgeschwindigkeit c und Gravitationskonstante G sowie der Masse der Baryonen m_b (hier: Neutron); das Verhältnis zwischen der Anzahl der Baryonen und der Fermionen (z.B. Elektronen oder Neutronen) sei $\mu \simeq 1$. Verwenden Sie diese Gleichung, um die Masse M eines Neutronensterns in Gramm und Sonnenmassen grob abzuschätzen.

- (b) Verwenden Sie dann auch die in der Vorlesung hergeleitete Gleichung

$$\frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \left(\frac{m_b \cdot \mu}{M}\right)^{-4/3} \simeq \frac{M \cdot m_f \cdot c^2}{m_b \cdot \mu}$$

um den Radius R eines Neutronensterns grob abzuschätzen (in km); für die Fermionenmasse m_f sollten Sie bei Neutronensternen die Masse eines Neutrons einsetzen.

- (c) Schätzen Sie dann unter Verwendung der gleichen Gleichungen Masse und Radius eines Weißen Zwerges als vollständig entartetes Fermionengas aus Elektronen ab.
(5 Punkte)

3. Zeichnen Sie selbst ein Diagramm Masse (0,5 bis 2,5 Sonnenmassen) gegen Radius (5 bis 20 km) für Neutronensterne.

Zeichnen Sie dort die drei Bereiche ein, die durch die Allgemeine Relativitätstheorie, die Bedingung endlichen Drucks und die Kausalitätsbedingung verboten sind und nennen Sie diese drei Bedingungen für den Radius (größer als ein gewisses Vielfaches von Masse bzw. Schwarzschildradius).

Zeichnen Sie dann auch grob die Linien ein, die sich durch dem am schnellsten rotierenden Neutronenstern (716 Hz), aus dem Radius des Neutronensterns RXJ1856 ($17 \pm 3 \text{ km}$) und (exakt die Linie) aus der Kompaktheit des Neutronensterns RBS 1223 = RXJ1308 ($M/R = 0.087 \pm 10 \%$ mit M in Sonnenmassen und R in km) ergeben.

Erläutern Sie ferner anhand einer Gleichung unter Berücksichtigung der Krümmung in der Schwarzschildmetrik den Zusammenhang zwischen dem Radius des Neutronensterns, der sich ergibt, wenn man direkt vor ihm steht, und dem aus dem Unendlichen beobachteten (bzw. aus einer endlichen, aber gro ssen Entfernung gemessenen) Radius. Um welchen Radius handelt es sich bei dem gemessenen Radius (z.B. Abstand zwischen Pol und Äquator oder Wurzel aus der Oberfläche?).

- (3 Punkte)