Seminar/Übung

Ü4

Lösung Ü-Aufgabenserie 2

Seminar/Übung

01. 16.10.23 ...... Vorbesprechung / briefing
02. 23.10.23 ...... Einige astronomische Grundlagen
03. 30.10.23 ...... Besprechung der 1. Aufgabenserie (K.S.)
04. 06.11.23 ...... Besprechung der 2. Aufgabenserie (K.S.)
05. 13.11.23 ...... Besprechung der 3. Aufgabenserie (K.S.)
06. 20.11.23 ...... Besprechung der 4. Aufgabenserie (K.S.)
07. 27.11.23 ...... Besprechung der 5. Aufgabenserie (K.S.)
08. 04.12.23 ...... Besprechung der 6. Aufgabenserie (S.K.) oder Demo: HI-Messung (K.S.)
09. 11.12.23 ...... F.Stündel: Solar flares (K.S., …)
10. 18.12.23 ...... Laborbesichtigung (A.P.)
11. 08.01.24 ...... V.Prange: Sternentwicklung (K.S., …)
12. 15.01.24 ...... M.Görlach: AGN (K.S., …)
13. 22.01.24 ...... F. Edelmann: ….Titel….. (KS, …) ??
14. 29.01.24 ...... Klausurvorbereitung (A.P.,S.K.,K.S.)
15. 05.02.24 ...... Klausur

K.S. = Katharina Schreyer
S.K. = Sergiy Krasnokutskiy
A.P. = Alexey Potapov

Übungen zur Vorlesung: Das Milchstraßensystem
–WS 23/24, Übungsserie (2) –

Ausgabe: 23.10.23
Abgabe der Übungsserie : 30.10.23
Besprechung im Seminar: 06.11.23

1. Die schwächsten Sterne, die mit menschlichen Auge sichtbar sind, haben eine scheinbare Helligkeit von V = 6.2 mag. Wie weit können wir durch die Galaxis schauen unter der falschen Annahme keiner Extinktion und, dass alle Sterne sonnenähnlich sind. Wieweit können wir mit einem Telementor schauen (Grenzgröße V = 12.5 mag).

$$m - M = 5 \log_{10}\left(\frac{r}{10\ \mathrm{pc}}\right)$$

$$m - M = 5 \log_{10} r - 5$$

$$m - M + 5 = 5 \log_{10} r$$

$$(m - M + 5)/5 = \log_{10} r$$

$$r\,[\mathrm{pc}] = 10^{[(m - M + 5)/5]}$$

Sonne $m_V = 4{,}84$ mag:

$r\,[\mathrm{pc}] = 10^{[(6{,}2 - 4{,}84 + 5)/5]} = 10^{1.272} = 18.7\ \mathrm{pc}$ 1

$r\,[\mathrm{pc}] = 10^{[(12.5 - 4{,}84 + 5)/5]} = 10^{2.532} = 340\ \mathrm{pc}$ 1

Fazit:
Wir sehen sonnenähnliche Sterne bis gerademal bis vor die „Haustür“ !!! (~ 20pc). Der nächste Stern – α Cen – ist 1.35 pc entfernt!
Die meisten Sterne sind Riesensterne & Überriesen, die wir mit bloßem Auge sehen!!!!!!!!!!

2. Für die Hauptreihensterne der Sonnenumgebung kann man folgende Häufigkeitsverteilung über die verschiedenen Spektral- und Leuchtkraftklassen annehmen: OV, BV, AV zusammen 1%; FV 2%; GV 4%; GIII 0.5%; KV 12%; MV 81%. Die Weißen Zwerge tragen höchstens zur Masse bei, alle anderen Typen sind den genannten gegenüber zu vernachlässigen.

a) Welcher Sterntyp leistet den Hauptbetrag zur Gesamtmasse der Sterne in der Sonnenumgebung?

b) Welcher Sterntyp trägt für einen weit entfernten Beobachter am stärksten zur beobachteten Gesamthelligkeit der Region im visuellen Spektralbereich bei?

(Hinweis: Typische Zustandsgrößen der Sterne finden Sie bei: Th.Schmidt-Kaler, in: Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen, Gruppe VI, Band 2b, Springer 1982 oder bei Lang, Astrophysical Data: Planets and Stars.)

Aber für die Berechnungen hier genügen folgende Annahmen:

OV: $M = 30\ M_\odot$, $R = 10\ R_\odot$, $L = 5\times10^5\ L_\odot$; BV: $M = 5.0\ M_\odot$, $R = 4.0\ R_\odot$, $L = 10^3\ L_\odot$;

AV: $M = 2.5\ M_\odot$, $R = 2.0\ R_\odot$, $L = 20\ L_\odot$; FV: $M = 1.5\ M_\odot$, $R = 1.3\ R_\odot$, $L = 4.0\ L_\odot$;

GV: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 1.0\ R_\odot$, $L = 1.0\ L_\odot$; GIII: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 8.0\ R_\odot$, $L = 40\ L_\odot$;

KV: $M = 0.7\ M_\odot$, $R = 0.8\ R_\odot$, $L = 0.2\ L_\odot$; MV: $M = 0.2\ M_\odot$, $R = 0.4\ R_\odot$, $L = 0.01\ L_\odot$.

2. Für die Hauptreihensterne der Sonnenumgebung kann man folgende Häufigkeitsverteilung über die verschiedenen Spektral- und Leuchtkraftklassen annehmen: OV, BV, AV zusammen 1%; FV 2%; GV 4%; GIII 0.5%; KV 12%; MV 81%. Die Weißen Zwerge tragen höchstens zur Masse bei, alle anderen Typen sind den genannten gegenüber zu vernachlässigen.

a) Welcher Sterntyp leistet den Hauptbetrag zur Gesamtmasse der Sterne in der Sonnenumgebung?

OV: $M = 30\ M_\odot$, $R = 10\ R_\odot$, $L = 5\times10^5\ L_\odot$;	BV: $M = 5.0\ M_\odot$, $R = 4.0\ R_\odot$, $L = 10^3\ L_\odot$;
AV: $M = 2.5\ M_\odot$, $R = 2.0\ R_\odot$, $L = 20\ L_\odot$;	FV: $M = 1.5\ M_\odot$, $R = 1.3\ R_\odot$, $L = 4.0\ L_\odot$;
GV: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 1.0\ R_\odot$, $L = 1.0\ L_\odot$;	GIII: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 8.0\ R_\odot$, $L = 40\ L_\odot$;
KV: $M = 0.7\ M_\odot$, $R = 0.8\ R_\odot$, $L = 0.2\ L_\odot$;	MV: $M = 0.2\ M_\odot$, $R = 0.4\ R_\odot$, $L = 0.01\ L_\odot$.

a)

Spektraltyp		Masse in $M_\odot$
O, B, A	} 1%	$\left(\frac{30+5+2.5}{3}\right)\times0.01 = 0{,}125$
F	2%	$1.5\times0{,}02 = 0.03$
G V	4%	0,04
G III	0,5%	0,005
KV	12%	0,084
MV	81%	0,162

1

Fazit: Die meiste Masse steckt in den massearme Sternen (SpT: K & M). 1

2. Für die Hauptreihensterne der Sonnenumgebung kann man folgende Häufigkeitsverteilung über die verschiedenen Spektral- und Leuchtkraftklassen annehmen: OV, BV, AV zusammen 1%; FV 2%; GV 4%; GIII 0.5%; KV 12%; MV 81%. Die Weißen Zwerge tragen höchstens zur Masse bei, alle anderen Typen sind den genannten gegenüber zu vernachlässigen.

a) Welcher Sterntyp leistet den Hauptbetrag zur Gesamtmasse der Sterne in der Sonnenumgebung?

OV: $M = 30\ M_\odot$, $R = 10\ R_\odot$, $L = 5\times10^5\ L_\odot$;
BV: $M = 5.0\ M_\odot$, $R = 4.0\ R_\odot$, $L = 10^3\ L_\odot$;
AV: $M = 2.5\ M_\odot$, $R = 2.0\ R_\odot$, $L = 20\ L_\odot$;
FV: $M = 1.5\ M_\odot$, $R = 1.3\ R_\odot$, $L = 4.0\ L_\odot$;
GV: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 1.0\ R_\odot$, $L = 1.0\ L_\odot$;
GIII: $M = 1.0\ M_\odot$, $R = 8.0\ R_\odot$, $L = 40\ L_\odot$;
KV: $M = 0.7\ M_\odot$, $R = 0.8\ R_\odot$, $L = 0.2\ L_\odot$;
MV: $M = 0.2\ M_\odot$, $R = 0.4\ R_\odot$, $L = 0.01\ L_\odot$.

b)

Spektraltyp		Masse in $M_\odot$	Leuchtkraft in $L_\odot$	$F = \left(\frac{L}{4\pi R^2}\right)$ in $L_\odot / R^2_\odot$
O, B, A	} 1%	$\left(\frac{30+5+2.5}{3}\right)\times0.01 = 0{,}125$	$\left(\frac{5e5 + 1e3 + 20}{3}\right)\times0.01$ **= 1670**	$\left\{\frac{\frac{5e5}{4\pi\ 10^2} + \frac{1e3}{4\pi\ 4^2} + \frac{20}{4\pi\ 2^2}}{3}\right\}\times0.01$ **= 1,3**
F	2%	$1.5\times0{,}02 = 0.03$	$4\times0{,}02 = 0.08$	$4{,}0/(4\pi\cdot1.3^2)\times0{,}02 = 0{,}0038$
G V	4%	0,04	0,04	0,0032
G III	0,5%	0,005	0,2	0,00025
KV	12%	0,084	0,024	0,0030
MV	81%	0,162	0,0081	0,0040

Fazit: Die größte Leuchtkraft / der größte Strahlungsfluss wird durch massereiche Sterne (SpT: O+B+A) gestellt.

3. Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge ℓ_f und die mittlere Stoßzeit τ_f eines Sterns innerhalb des „Sternengases" der Sonnenumgebung. Nehmen Sie als Eingangsgrößen einen Sternradius $R_\star$ = Sonnenradius $R_\odot$, den mittleren Abstand der Sterne mit d = 2.5 pc und eine mittlere Pekuliargeschwindigkeit (Geschwindigkeit der Sterne hier im lokalen Raum um die Sonne) der Sterne mit v = 20 km/s an.
Hinweis: In der kinetischen Gastheorie berechnet sich die mittlere freie Weglänge zu $\ell_f = 1/(n\times\pi\times a^2)$ mit n = Teilchendichte und a = Teilchenradius. Begründen Sie die Beziehung! Die mittlere Stoßzeit resultiert aus ℓ_f und der Teilchengeschwindigkeit v_f.

Freie Weglänge $$l_f = \frac{1}{(n \times \underbrace{a^2\pi}_{\text{Stoßquerschnitt}})}$$

$a = R_\odot$

N = Zahl der Sterne im Volumen V

Anzahldichte $$n = \frac{N}{V} = \frac{1}{d^3} = \frac{1}{(2{,}5\,\mathrm{pc})^3} = 2{,}2\mathrm{e}{-42}\ \mathrm{km}^{-3}$$
$$= 2{,}2\mathrm{e}{-51}\ \mathrm{m}^{-3}$$

$$l_f = \frac{1}{(n \times \pi R_\odot^2)} = \frac{1}{2{,}2\mathrm{e}{-42}\ \mathrm{km}^{-3} \times \pi\,(7\mathrm{e}5\ \mathrm{km})^2} = 3\mathrm{e}29\ \mathrm{km} = 3\mathrm{e}32\ \mathrm{m} = 9{,}6\mathrm{e}15\ \mathrm{pc} \approx 1\mathrm{e}16\ \mathrm{pc}$$
$$= 10\ \mathrm{Peta\ pc}$$ 1

$$\tau = \frac{l_f}{v} = \frac{3\mathrm{e}29\ \mathrm{km}}{20\ \mathrm{km/s} \times 365 \times 24 \times 3600} = 4{,}7\mathrm{e}20\ \mathrm{a}$$ 1

Fazit: Wäre die Sternendichte so wie in der Sonnenumgebung, müsste man das System wie ein klassisches physikalisches Vakuum behandeln.

4. a) Welche mittlere Gasdichte ρ_0 [in H-Atomen/cm^3] herrschte in der protogalaktischen Wolke, aus der unser Milchstraßensystem durch Kontraktion entstand? Nehmen Sie an, dass die Wolke kugelförmig war, einen Radius von 30 kpc hatte und nur Wasserstoff enthielt. Es sei darin eine erste Generation von 2×10^{11} sonnenähnlichen Sternen entstanden und ein Rest von 10% interstellaren Gases verblieben.

(b) Vergleichen Sie die Masse mit der Jeans-Masse. Am Anfang war das Universium heiß, und es kühlte sich ab. Auf welche Temperatur musste die Materie (aus nur H-Atomen) abkühlen, um die protogalaktische Wolke instabil werden zu lassen.

(c) Vernachlässigen wir den Einfluss der Dunklen Materie. Wie schnell setzte der Kollaps der Wolke aus nur “sichtbarer” Materie nach dem Urknall nach den gängigen Entwicklungs-theorien ein.

(d) Wie lange dauerte der Kollaps, wenn wir die falsche Annahme machen, alle Materie trifft sich im zentralen Schwarzen Loch.

4. a) Welche mittlere Gasdichte ρ_o [in H-Atomen/cm³] herrschte in der protogalaktischen Wolke, aus der unser Milchstraßensystem durch Kontraktion entstand? Nehmen Sie an, dass die Wolke kugelförmig war, einen Radius von 30 kpc hatte und nur Wasserstoff enthielt. Es sei darin eine erste Generation von 2×10^{11} sonnenähnlichen Sternen entstanden und ein Rest von 10% interstellaren Gases verblieben.

Wolkenvolumen $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\,(30\,000 \times 3{,}1\cdot10^{18}\ \text{cm})^3 = 3{,}37\text{e}69\ \text{cm}^3$

Ermittlung Gesamtmasse:

$$
\begin{array}{llll}
2\text{e}11\ M_\odot & = & \text{Sterne} & = 90\% \\
2\text{e}10\ M_\odot & = & \text{ISM} & = 10\% \\
\hline
2{,}2\text{e}11\ M_\odot & = & \text{Gesamtmasse} &
\end{array}
$$

$\Rightarrow$ in H-Atomen $= \times\ 2\text{e}30\ \text{kg}/M_\odot \times 1{,}67\text{e}27\ \text{kg}^{-1}$

$= 2{,}6\times10^{68}$ H-Atome (Teilchen)

Ermittlung mittlere Gasdichte:

$$\rho_o = \frac{M}{V} = \frac{2{,}6\text{e}68\ \text{H-Teilchen}}{3{,}37\text{e}69\ \text{cm}^3} = 0{,}078\ \frac{\text{H-Atome}}{\text{cm}^3} \qquad \times\ 1{,}67\text{e}27\ \text{kg} = 1{,}3\text{e-}22\ \text{kg/m}^3 = 1{,}9\text{e}6\ M_\odot/\text{kpc}^3$$

1

(b) Vergleichen Sie die Masse mit der Jeans-Masse. Am Anfang war das Universium heiß, und es kühlte sich ab. Auf welche Temperatur musste die Materie (aus nur H-Atomen) abkühlen, um die protogalaktische Wolke instabil werden zu lassen.

$M_{\text{Gesamt}} = 2{,}2\text{e}11\ M_\odot = 2{,}6\times10^{68}$ H-Atome (Teilchen)

Jeans-Masse $M_{\text{Jeans}} = \pi^{3/2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\dfrac{RT}{\mu G}\right)^{\frac{3}{2}}$

Wichtig: Die Jeansmasse ist keine Funktion der Masse!!! Nur der Dichte und Temperatur !!

R = Gaskonstante – kein Radius! $= N_A \cdot k_B = 8{,}3\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol K}}$

$\rho = 1{,}3\text{e-}22\ \text{kg/m}^3$

$\mu = 1{,}35$ spezifisches Molekular/Atomgewicht

T … Temperatur, G … Gravitationskonstante

Betrachtung: Gaskonstante $8{,}3\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol K}} \longrightarrow \dfrac{\text{J}}{\text{kg K}}$

1 mol H-Atome: $N_A \cdot m_H = 6\cdot10^{23} \times 1{,}674\cdot10^{-27}\ \text{kg} = 9{,}6\ 10^{-4}\ \text{kg} \approx 100\text{mg}$

$R = 8{,}3\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol K}}\ /\ 9{,}6\ 10^{-4}\ \text{kg} = 8657\ \text{J/(kg K)}$

Umformen nach T:

$$T = \left(M_J \cdot \frac{1}{\pi^{3/2}} \cdot \sqrt{\rho}\right)^{2/3} \cdot \frac{\mu G}{R} = \left(2{,}2\ 10^{11} \cdot 2\ 10^{30}\text{kg}\ \frac{1}{\pi^{3/2}} \cdot \sqrt{1{,}3\ 10^{-22}\text{kg/m}^3}\right)^{2/3} \cdot \frac{1{,}35 \cdot 6{,}7\ 10^{-11}}{8657\ \frac{J}{kg\ K}}$$

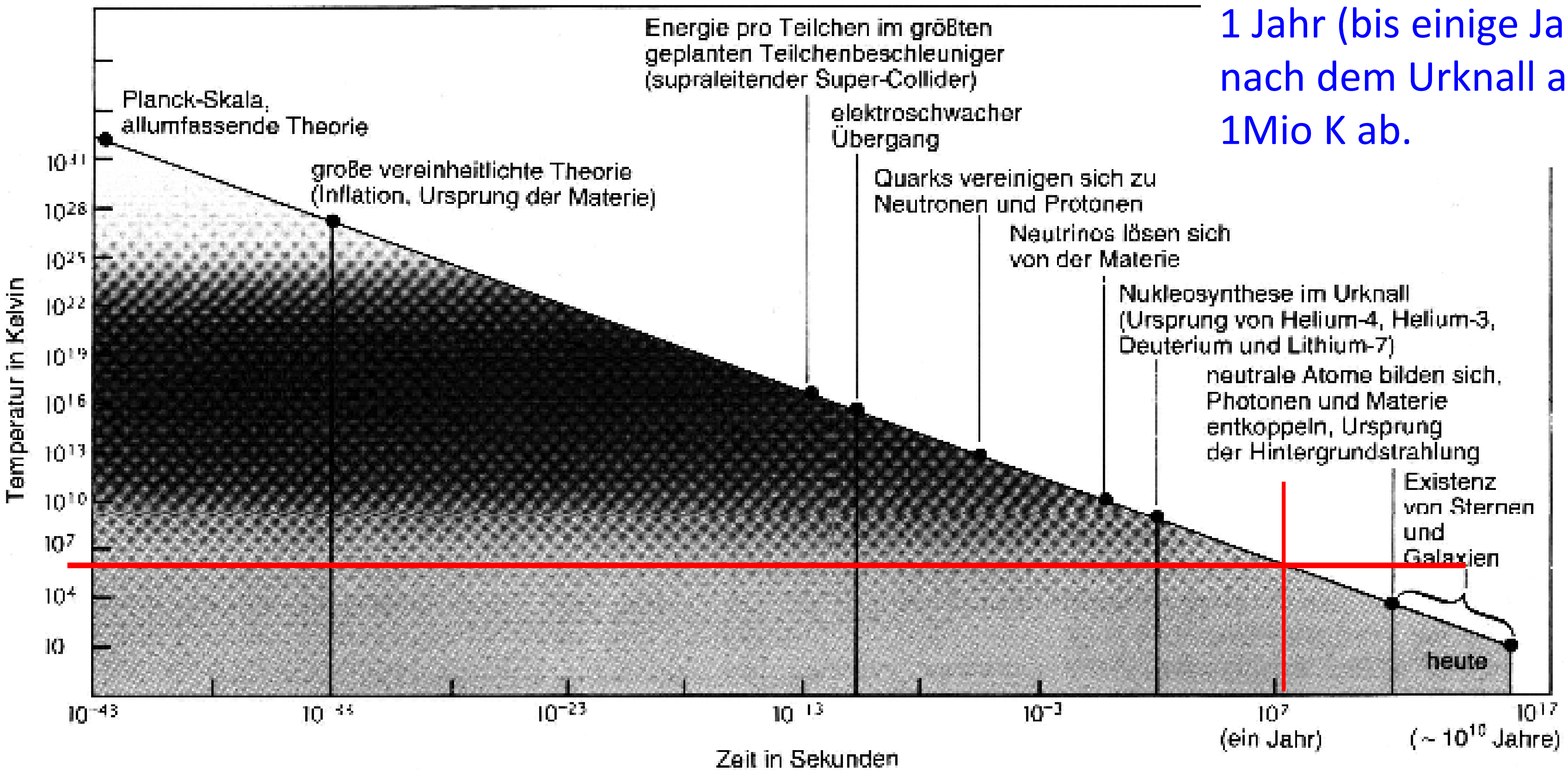
M_{Galaxis}

$$= 974\ 634{,}65\ \text{K} \approx 1\ \text{Mio K}$$

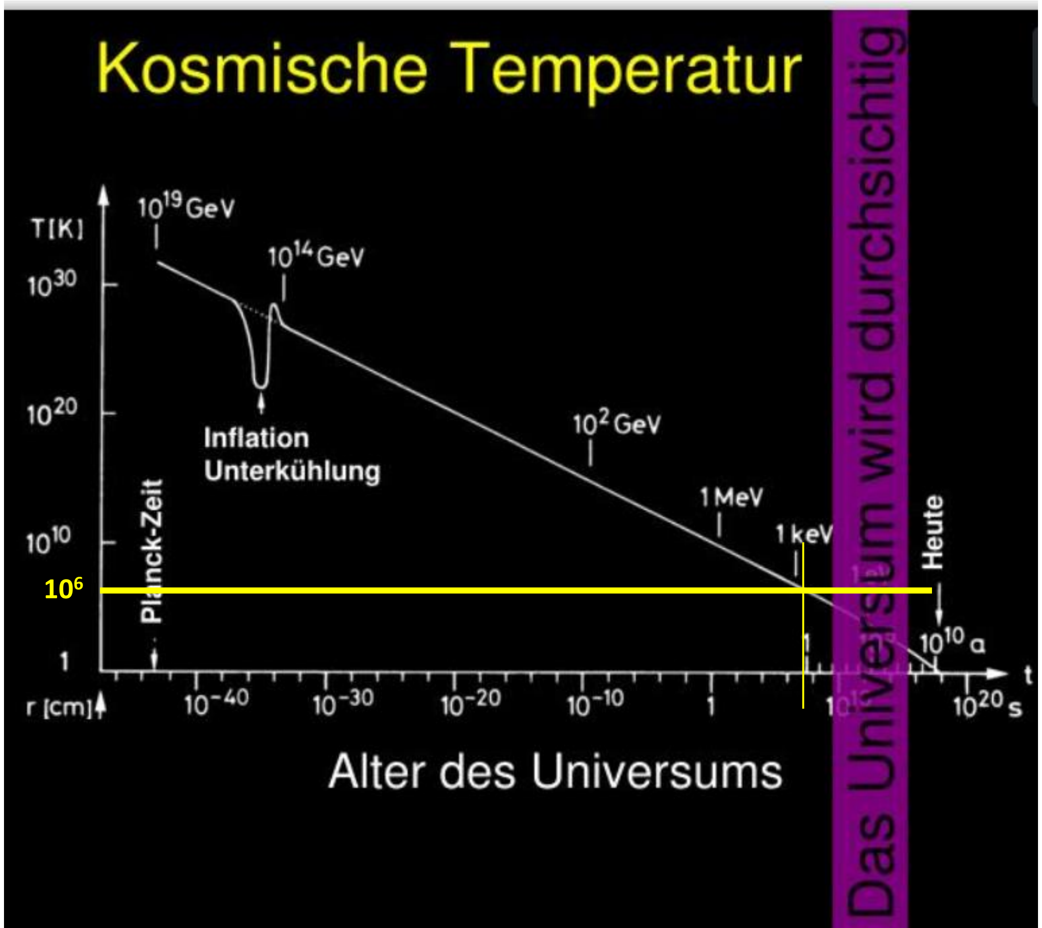
1

(c) Vernachlässigen wir den Einfluss der Dunklen Materie. Wie schnell setzte der Kollaps der Wolke aus nur "sichtbarer" Materie nach dem Urknall nach den gängigen Entwicklungstheorien ein.

Ergebnis:
Das Weltall kühlte ca. 1 Jahr (bis einige Jahre) nach dem Urknall auf 1Mio K ab.



(c) Vernachlässigen wir den Einfluss der Dunklen Materie. Wie schnell setzte der Kollaps der Wolke aus nur "sichtbarer" Materie nach dem Urknall nach den gängigen Entwicklungstheorien ein.



Ergebnis:
Das Weltall kühlte ca.
1 Jahr (bis einige Jahre)
nach dem Urknall auf
1Mio K ab.

Aus: Öffentliche Samstagsvorlesung:
Das Schicksal des Universiums,
Günther Hasinger, 2009, Heidelberg
https://www.slideserve.com/gaia/das-schicksal-des-universums

(d) Wie lange dauerte der Kollaps, wenn wir die falsche Annahme machen, alle Materie trifft sich im zentralen Schwarzen Loch.

$R = 30 \times 1000 \;\; 3e16 \text{ m} = 9{,}26e20 \text{ m}$

$G = 6{,}67 \text{ e-}11 \; \dfrac{m^3}{kg\, s^2}$

$M_{\text{Gesamt}} = 2{,}2e11 \; M_\odot \times 2e30 \text{ kg} = 4{,}4e41 \text{ kg}$

Frei-Fall-Zeit:

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{(9{,}26\;10^{20})^3}{6{,}67\;10^{-11} \times 4{,}4\;10^{41}}} \sqrt{\frac{m^3 kg\, s^2}{m^3\, kg}}$$

$$= 5{,}2 \cdot 10^{15} \text{ s}$$

$$= \sqrt{\;} \,/\, (365 \times 24 \times 3600) = 1{,}6 \cdot 10^{8} \text{ a} = 160 \text{ Mio a}$$

$$\left(\text{Gerechnet mit} \quad t_{ff} = \frac{2\pi}{2} \sqrt{\frac{(R/2)^3}{GM}} = 180 \text{ Mio a} \right)$$

1