

**Seminar/Übung**

**Ü 6**

**Lösung Ü-Aufgabenserie 4**

# Seminar/Übung

01. 16.10.23 ..... Vorbesprechung / briefing
02. 23.10.23 ..... Einige astronomische Grundlagen
03. 30.10.23 ..... Besprechung der 1. Aufgabenserie (K.S.)
04. 06.11.23 ..... Besprechung der 2. Aufgabenserie (K.S.)
05. 13.11.23 ..... Besprechung der 3. Aufgabenserie (K.S.)
06. 20.11.23 ..... Besprechung der 4. Aufgabenserie (K.S.)
07. 27.11.23 ..... Besprechung der 5. Aufgabenserie (K.S.)
08. 04.12.23 ..... Demo: HI-Messung (K.S.)
09. 11.12.23 ..... F.Stündel: Solar flares (K.S., ...)
10. 18.12.23 ..... Laborbesichtigung (A.P.)
11. 08.01.24 ..... V.Prange: Sternentwicklung (K.S., ...)
12. 15.01.24 ..... M.Görlach: AGN (K.S., ...)
13. 22.01.24 ..... F. Edelman: Neutronensterne
14. 29.01.24 ..... Klausurvorbereitung (A.P.,S.K.,K.S.)
15. 05.02.24 ..... Klausur

K.S. = Katharina Schreyer  
S.K. = Sergiy Krasnokutskiy  
A.P. = Alexey Potapov

# Übungen zur Vorlesung: Das Milchstraßensystem

## –WS 23/24, Übungsserie (4) –

Ausgabe: 06.11.23

Abgabe der Übungsserie : 13.11.23

Besprechung im Seminar: 20.11.23

### 1. Entfernungsbestimmung von Cepheiden:

- a) Berechnen Sie die Entfernung von  $\delta$  Cephei! Seine scheinbare Helligkeit beträgt im Minimum  $V = +4,64$  mag und seine Periode ist 5.37 Tage.
- b) Bestimmen Sie die Entfernung der Galaxie M100 im Virgo-Galaxienhaufen mit Hilfe der Abbildung 1 (siehe unten). Wählen Sie sich zur Bestimmung min. zwei mittlere, repräsentative Punkte ( $\log P, V$ ) in der linearen Verteilung für längere Perioden ( $\log P > 1.47$ ). Bestimmen Sie für beide Werte die resultierenden Entfernungen.
- c) Ermitteln Sie grob den Fehler der Entfernungsbestimmungen, wenn Sie die Streuung der Messwerte betrachten.

# Übungen zur Vorlesung: Das Milchstraßensystem

## –WS 23/24, Übungsserie (4) –

Ausgabe: 06.11.23

Abgabe der Übungsserie : 13.11.23

Besprechung im Seminar: 20.11.23

### 1. Entfernungsbestimmung von Cepheiden:

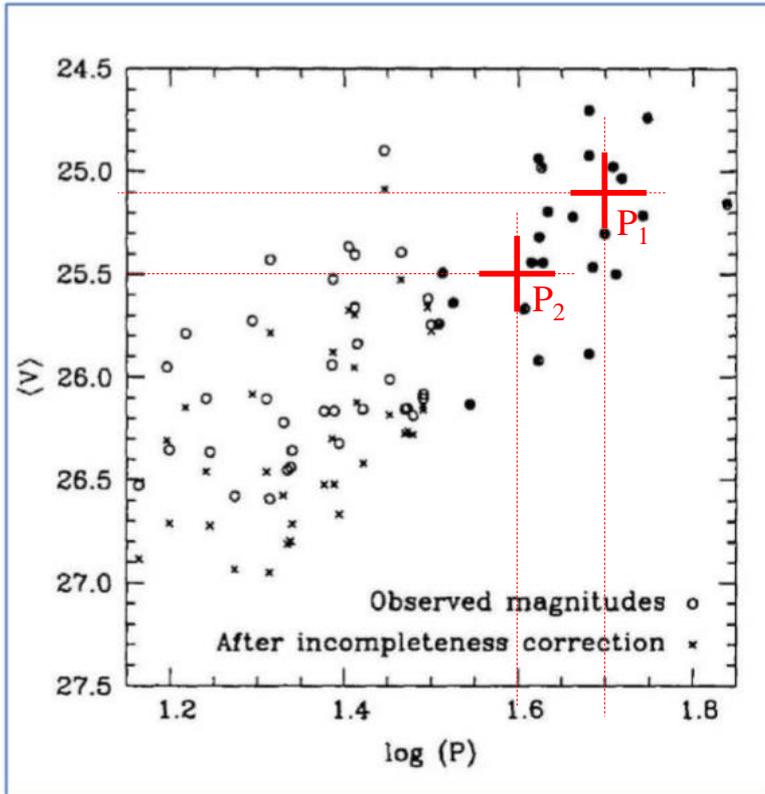
- a) Berechnen Sie die Entfernung von  $\delta$  Cephei! Seine scheinbare Helligkeit beträgt im Minimum  $V = +4,64$  mag und seine Periode ist 5.37 Tage.

3. Vorlesung:  $M = -2.81 \times \log(P[\text{d}]) - 1.43 = -2.81 \times \log(5,37) - 1.43 = -3,48$  ⓘ

$r [\text{pc}] = 10^{[(m - M + 5)/5]} = 10^{[(V - M_v + 5)/5]} = 10^{[(m - M + 5)/5]} = 10^{[(+4,64 + 3,48 + 5)/5]} = 420,7 \approx 420 \text{ pc}$  ⓘ

# 1. Entfernungsbestimmung von Cepheiden:

b) Bestimmen Sie die Entfernung der Galaxie M100 im Virgo-Galaxienhaufen mit Hilfe der Abbildung 1 (siehe unten). Wählen Sie sich zur Bestimmung min. zwei mittlere, repräsentative Punkte (log P, V) in der linearen Verteilung für längere Perioden (log P > 1.47). Bestimmen Sie für beide Werte die resultierenden Entfernungen.



Wahl zweier repräsentativer Punkte log P, V

$$P_1 = (\log 1.7 ; 25.1) = (50.12 ; 25.1) \quad \textcircled{1}$$

$$P_2 = (\log 1.6 ; 25.5) = (39.81 ; 25.5) \quad \textcircled{1}$$

$$M_1 = -2.81 \times \log (50.12) - 1.43 = -6.21 \quad \textcircled{1}$$

$$M_2 = -2.81 \times \log (39.81) - 1.43 = -5.92$$

$$D_1 = 10^{[(+25.1 + 6.21 + 5)/5]} = 18\,281\,002 \text{ pc} \approx 18.3 \text{ Mpc} \quad \textcircled{1}$$

$$D_2 = 10^{[(+25.5 + 5.92 + 5)/5]} = 19\,230\,917 \text{ pc} \approx 19.2 \text{ Mpc}$$

Abb. 1 zur Aufgabe 1: Darstellung der scheinbaren Helligkeiten über dem Logarithmus der Perioden (in Tagen) für Cepheiden in der Galaxie M100 im Virgo-Galaxienhaufen. Aus Mazumdar & Narasimha, ASP Conference Series, Vol. 203, S. 229: Cepheid Distance to the Virgo Cluster.)

# 1. Entfernungsbestimmung von Cepheiden:

c) Ermitteln Sie grob den Fehler der Entfernungsbestimmungen, wenn Sie die Streuung der Messwerte betrachten.

$$L_1^{(\text{Min,Max})} = (\log 1.2; 27.1), (\log 1.2; 25.85) = (15.85; 27.1)(15.85; 25.85)$$

$$L_2^{(\text{Min,Max})} = (\log 1.45; 26.5), (1.45; 25.2) = (28.18; 26.5), (28.18; 25.2)$$

$$L_3^{(\text{Min,Max})} = (\log 1.7; 24.6), (\log 1.7; 25.85) = (50.12; 24.6), (50.12; 25.85)$$

$$M_1^{(\text{Min,Max})} = -2.81 \times \log (50,12) - 1.43 = -6.21$$

$$M_2^{(\text{Min,Max})} = -2.81 \times \log (28,18) - 1.43 = -5,5$$

$$M_3^{(\text{Min,Max})} = -2.81 \times \log (15,85) - 1.43 = -4.8$$

$$D_1^{(\text{Min,Max})} = 10^{[(+27.1 \text{ o. } +25.85 + 6,21 + 5)/5]} = 26 \dots 46 \text{ Mpc}$$

$$D_2^{(\text{Min,Max})} = 10^{[(+25,2 \text{ o. } +26.5 + 5,5 + 5)/5]} = 14 \dots 25 \text{ Mpc} \text{ (1)}$$

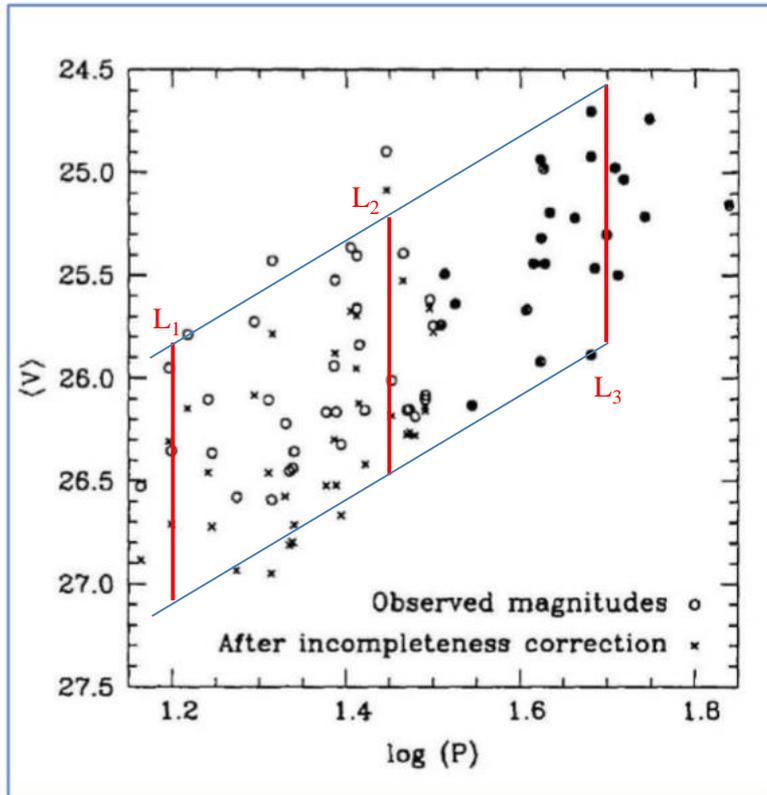
$$D_3^{(\text{Min,Max})} = 10^{[(+25.85 \text{ o. } +24.6 + 4,8 + 5)/5]} = 13.5 \dots 56 \text{ Mpc}$$

Web: Galaxie M100

$$D = (68 \pm 5) \cdot 10^6 \text{ Lj}$$

$$= (21 \pm 1) \text{ Mpc}$$

b)  $D = 18.3 \dots 19.2 \text{ Mpc}$



## 2. Alter der Sterne der Sonnenumgebung:

- a) Berechnen Sie die Hauptreihenverweilzeit für Sterne mit einer Masse von  $100 M_{\odot}$  ( $L \approx 3 \cdot 10^6 L_{\odot}$ ),  $30 M_{\odot}$  ( $L \approx 5 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $8 M_{\odot}$  ( $L \approx 1 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $1 M_{\odot}$  und  $0.1 M_{\odot}$  ( $L \approx 0.01 L_{\odot}$ ).

$$\tau_n = 0.1 \times 0.007 \times M_* \times c^2 / L \quad \textcircled{1}$$

↑            ↑  
10% von H verbraucht

↓  
Umsetzung Masse in Energie

M/M <sub>o</sub>	L/L <sub>o</sub>	$\tau_n / a$
100	3,00E+06	3,50E+05 = 350 000
30	5,00E+05	6,31E+05 = 631 000
8	1,00E+05	8,41E+05 = 841 000
8	5,00E+03	1,68E+07 = 16 Mio
1	1	1,05E+10 = 10 Mrd
0,1	0,01	1,05E+11 = 100 Mrd

①

## 2. Alter der Sterne der Sonnenumgebung:

a) Berechnen Sie die Hauptreihenverweilzeit für Sterne mit einer Masse von

$100 M_{\odot}$  ( $L \approx 3 \cdot 10^6 L_{\odot}$ ),  $30 M_{\odot}$  ( $L \approx 5 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $8 M_{\odot}$  ( $L \approx 1 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $1 M_{\odot}$  und  $0.1 M_{\odot}$  ( $L \approx 0.01 L_{\odot}$ ).

b) Interpolieren Sie mit Hilfe des Farben-Helligkeits-Diagramms (Abb. 2, Seite 2), wie jung die jüngsten Hauptreihensterne in der Sonnenumgebung sind! Wie alt sind die ältesten?

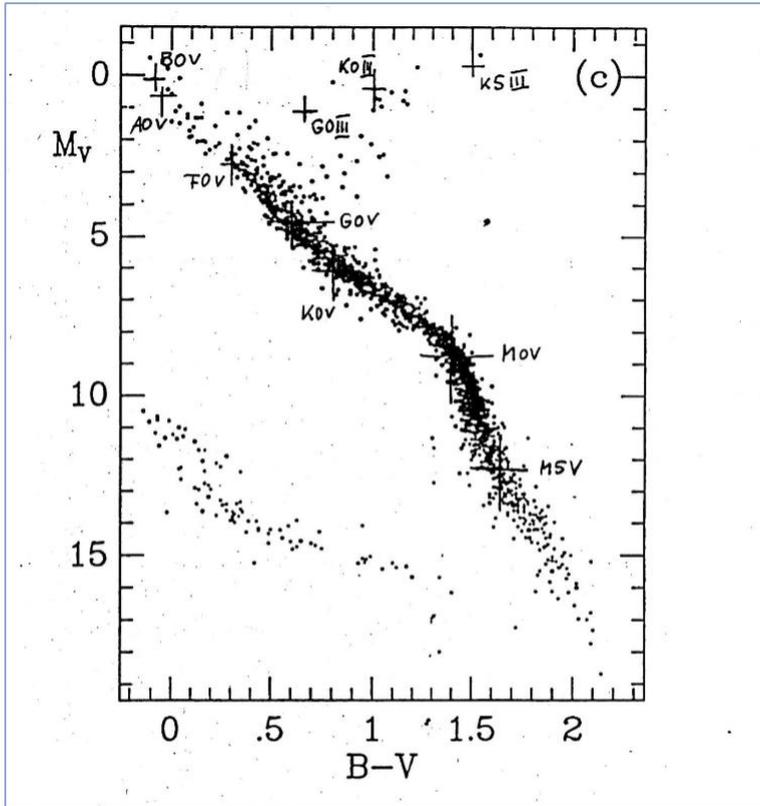


Abb. 2.: Farben-Helligkeits-Diagramm der Sonnenumgebung.

⇒ Bis  $M_V = 0$  sind noch welche da.

⇒ Bestimmung  $L$  aus  $M_V$

$$M_V - M_{V\odot} = -2.5 \log(L/L_{\odot})$$

$$\log(L/L_{\odot}) = (M_V - M_{V\odot}) / -2.5$$

$$L = 10 \exp(-(M_V - M_{V\odot}) / -2.5) = 86 L_{\odot} \approx 100 L_{\odot}$$

Sterne bis  $L \approx 100 L_{\odot}$  noch da. 1

Blick in Tabelle: entspricht  $M_* = 3 \dots 3,5 M_{\odot}$

$$\Rightarrow \text{Alter: } \tau_n = 0.1 \times 0.007 \times M_* \times c^2 / L$$

$$\Rightarrow \text{für } 3,5 M_{\odot} \text{ \& } 100 L_{\odot}: \tau_n = 4 \cdot 10^8 \text{ a} = 400 \text{ Mio a}$$

...die Jüngsten 1

## 2. Alter der Sterne der Sonnenumgebung:

- Berechnen Sie die Hauptreihenverweilzeit für Sterne mit einer Masse von  $100 M_{\odot}$  ( $L \approx 3 \cdot 10^6 L_{\odot}$ ),  $30 M_{\odot}$  ( $L \approx 5 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $8 M_{\odot}$  ( $L \approx 1 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ),  $1 M_{\odot}$  und  $0.1 M_{\odot}$  ( $L \approx 0.01 L_{\odot}$ ).
- Interpolieren Sie mit Hilfe des Farben-Helligkeits-Diagramms (Abb. 2, Seite 2), wie jung die jüngsten Hauptreihensterne in der Sonnenumgebung sind! Wie alt sind die ältesten?

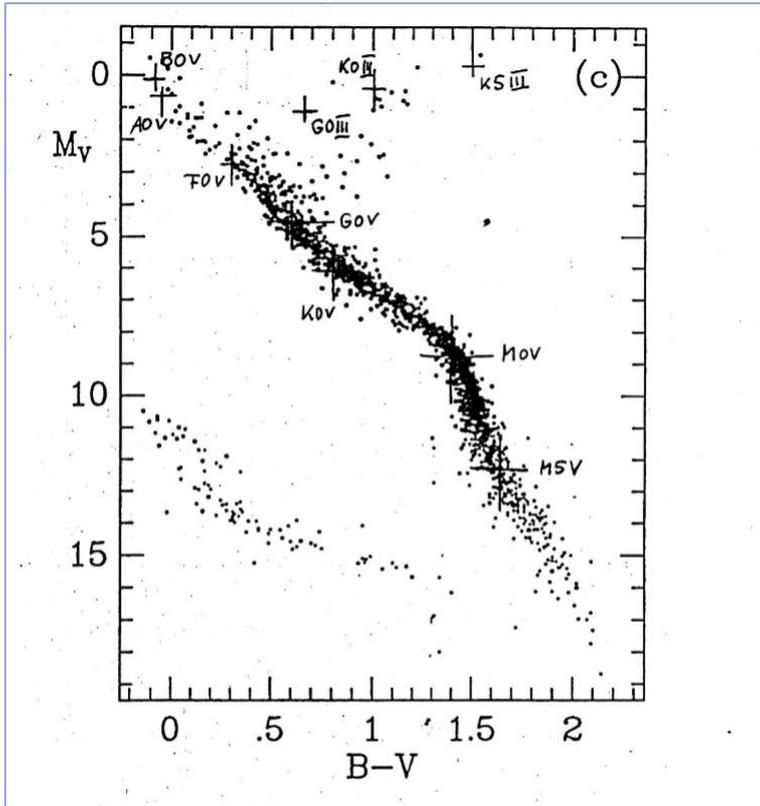


Abb. 2.: Farben-Helligkeits-Diagramm der Sonnenumgebung.

...die Ältesten

so alt wie die Milchstraße: 13-14 Mrd a

1

3. Für die Pulsationen von  $\delta$  Cephei ist ein Wechsel der Oberflächentemperatur zwischen 5500 K und 6800 K bestimmt worden. Die absolute Helligkeit des Sterns ändert sich zwischen  $M_V = -3.94$  mag und  $-3.05$  mag.

a) Zwischen welchen Radiuswerten schwankt der Stern (Angabe in km &  $R_\odot$ )?

Pulsationen von  $\delta$  Cep

$$T_{\min} = 5500\text{K}$$

$$M_V = -3.05^{\text{mag}}$$

$$T_{\max} = 6800\text{K}$$

$$M_V = -3.94^{\text{mag}}$$

a) Radiuswerte:

1) Schritt mittels  $M_V - M_\odot = -2.5 \log(F/F_\odot) \Rightarrow F$  ausrechnen

2) Schritt mittels  $F = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow R$  ausrechnen

3. Für die Pulsationen von  $\delta$  Cephei ist ein Wechsel der Oberflächentemperatur zwischen 5500 K und 6800 K bestimmt worden. Die absolute Helligkeit des Sterns ändert sich zwischen  $M_V = -3.94$  mag und  $-3.05$  mag.

a) Zwischen welchen Radiuswerten schwankt der Stern (Angabe in km &  $R_\odot$ )?

Pulsationen von  $\delta$  Cep

$$T_{\min} = 5500\text{K}$$

$$M_V = -3.05^{\text{mag}}$$

$$T_{\max} = 6800\text{K}$$

$$M_V = -3.94^{\text{mag}}$$

a) Radiuswerte:

1) Schritt mittels  $M_V - M_\odot = -2.5 \log(F/F_\odot) \Rightarrow F$  ausrechnen

2) Schritt mittels  $F = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow R$  ausrechnen

$$F = F_\odot \left[ 10^{-(M_V - M_\odot)/2.5} \right]$$

$$F_1 = 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W } 10^{-(3.05 - 4.83)/2.5} = 5.46 \cdot 10^{29} \text{ W}$$

$$F_2 = 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W } 10^{-(3.94 - 4.83)/2.5} = 1.24 \cdot 10^{30} \text{ W}$$

$$R = \sqrt{\frac{F}{4\pi\sigma T^4}}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{5.46 \cdot 10^{29} \text{ W}}{4\pi\sigma 5500^4}} = 2.893e7 \text{ km} = 41,55 R_\odot$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{1.26 \cdot 10^{30} \text{ W}}{4\pi\sigma 6800^4}} = 2.852e7 \text{ km} = 40,95 R_\odot$$

3. Für die Pulsationen von  $\delta$  Cephei ist ein Wechsel der Oberflächentemperatur zwischen 5500 K und 6800 K bestimmt worden. Die absolute Helligkeit des Sterns ändert sich zwischen  $M_V = -3.94$  mag und  $-3.05$  mag.

a) Zwischen welchen Radiuswerten schwankt der Stern (Angabe in km &  $R_\odot$ )?

Pulsationen von  $\delta$  Cep

$$T_{\min} = 5500\text{K}$$

$$M_V = -3.05^{\text{mag}}$$

$$T_{\max} = 6800\text{K}$$

$$M_V = -3.94^{\text{mag}}$$

a) Radiuswerte:

1) Schritt mittels  $M_V - M_\odot = -2.5 \log(F/F_\odot) \Rightarrow F$  ausrechnen

2) Schritt mittels  $F = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow R$  ausrechnen

$$F = F_\odot \left[ 10^{-(M_V - M_\odot)/2.5} \right]$$

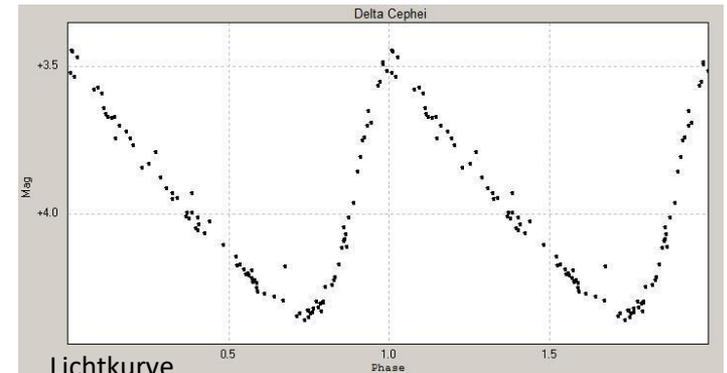
$$F_1 = 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W } 10^{-(3.05 - 4.83)/2.5} = 5.46 \cdot 10^{29} \text{ W}$$

$$F_2 = 3.846 \cdot 10^{26} \text{ W } 10^{-(3.94 - 4.83)/2.5} = 1.24 \cdot 10^{30} \text{ W}$$

$$R = \sqrt{\frac{F}{4\pi\sigma T^4}}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{5.46 \cdot 10^{29} \text{ W}}{4\pi\sigma 5500^4}} = 2.893 \text{e}7 \text{ km} = 41,55 R_\odot$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{1.26 \cdot 10^{30} \text{ W}}{4\pi\sigma 6800^4}} = 2.852 \text{e}7 \text{ km} = 40,95 R_\odot$$



Wikipedia: Radius **44,5  $R_\odot$**

3. Für die Pulsationen von  $\delta$  Cephei ist ein Wechsel der Oberflächentemperatur zwischen 5500 K und 6800 K bestimmt worden. Die absolute Helligkeit des Sterns ändert sich zwischen  $M_V = -3.94$  mag und  $-3.05$  mag.

a) Zwischen welchen Radiuswerten schwankt der Stern (Angabe in km &  $R_\odot$ )?

b) Wäre diese Radiusdifferenz von einem hypothetischen Planeten mit Erdbstand (vom Sternmittelpunkt) mit blosem Auge zu sehen? (Das typische Winkelauflösungsvermögen des menschlichen Auges im Unendlichen beträgt ca. 1 Winkelminute; ggf. Hinweis auf Seite 2 nutzen.)

Wie groß ist  $\delta$  Cep am Himmel im Vergleich zur Sonne?

Wir wissen:

Sonne = Mond =  $0,5^\circ$  = Daumen über dem gestreckten Arm

$$\alpha = \arctan(\text{Radius/Distanz}) = \arctan(R / 1\text{AE})$$

$$\text{Himmelscheibe } \varnothing = 2\alpha \Rightarrow 2\alpha = \arctan(2R / 1\text{AE})$$

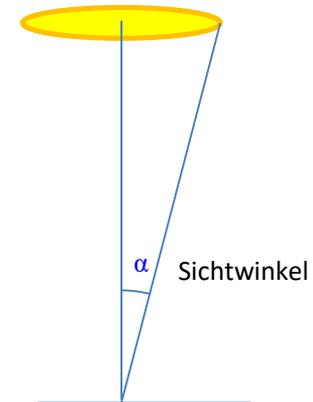
$$\text{Check für Sonne: } \arctan(2 \times 696340 \text{ km} / 149597870 \text{ km}) = 0,5334^\circ$$

für  $\delta$  Cep:

$$R_1 = \arctan(2 \times 28932289,330 \text{ km} / 149597870 \text{ km}) = 21,15^\circ$$

$$R_2 = \arctan(2 \times 28516114,712 \text{ km} / 149597870 \text{ km}) = 20,87^\circ$$

„Objektscheibe“ am Himmel



Fazit : Unterschied ca.  $1/3^\circ$  am Himmel  
 $\Rightarrow$  wäre gut zu sehen!











3. Für die Pulsationen von  $\delta$  Cephei ist ein Wechsel der Oberflächentemperatur zwischen 5500 K und 6800 K bestimmt worden. Die absolute Helligkeit des Sterns ändert sich zwischen  $M_V = -3.94$  mag und  $-3.05$  mag.
- Zwischen welchen Radiuswerten schwankt der Stern (Angabe in km &  $R_\odot$ )?
  - Wäre diese Radiusdifferenz von einem hypothetischen Planeten mit Erdbstand (vom Sternmittelpunkt) mit blosem Auge zu sehen? (Das typische Winkelauflösungsvermögen des menschlichen Auges im Unendlichen beträgt ca. 1 Winkelminute; ggf. Hinweis auf Seite 2 nutzen.)

Wie groß ist die Sonne vom Merkur aus?

Check für Merkur:  $\arctan(2 \times 696340 \text{ km} / 57\,909\,000 \text{ km}) = 1,38^\circ = 1.4^\circ$



4. Für die Galaxie M33 wurde eine Parallaxe von  $1.25\mu\text{as}$  (Mikrobogensekunden) gemessen, für Proxima Centauri von  $0.76''$ . Berechnen Sie die trigonometrischen Entfernungen dieser Objekte in Lichtjahren und vergleichen Sie die Ergebnisse mit bekannten Werten (z.B. Internet).

### Galaxie M33:

$$\pi = 1.25 \mu\text{as} \Rightarrow 1/\pi = d[\text{pc}] = 1/0.000\ 00125$$

$$d[\text{pc}] = 1/0.000\ 00125'' = 800000 \text{ pc} = \underline{0,8 \text{ Mpc}}$$

$$\times 3,2 = \underline{2,56 \text{ MLj}} \quad \textcircled{1}$$

Web: 2.723.000 Lichtjahre \textcircled{1}

### Proxima:

$$d[\text{pc}] = 1/0,76'' = 1,316 \text{ pc} \times 3,2 = \underline{4,21 \text{ Lj}} \quad \textcircled{1}$$

Web: 4,247 Lichtjahren \textcircled{1}









