

Vorlesung Radioastronomie WS17/18

Übungsblatt #4

Abgabe: 13.11.2017

Aufgabe 4.1 – Stokes-Parameter (4 Punkte)

- Eine Quelle sei zu 100% linear in Ost-West-Richtung polarisiert. Welche Schlüsse können Sie auf die Stokes-Parameter ziehen?
- In den 1960er-Jahren wurde entdeckt, dass OH-Moleküle in astronomischen Objekten unter bestimmten Bedingungen Maser-Strahlung aussenden. Für manche Emissionslinien ist diese Strahlung zu fast 100% linkshändig zirkular polarisiert. Welche Schlüsse können Sie auf die Stokes-Parameter ziehen?

Aufgabe 4.2 – Faraday-Effekt (4 Punkte)

- Eine zu 100% linear polarisierte Quelle in der Scheibe der Milchstraße sei 2 kpc entfernt. Um welchen Winkel wird die Polarisationsrichtung gedreht, wenn es sich bei der Quelle
 - um eine OH-Maser mit einer Emissionsfrequenz von 1.67 GHz oder
 - um Gyrostrahlung mit einer Frequenz von 30 MHz handelt?
 Nehmen Sie dazu an, dass die Elektronendichte im interstellaren Medium $0,02 \text{ cm}^{-3}$ und die Feldstärke der homogenen Feldkomponente entlang der Sichtlinie $3 \mu\text{G}$ beträgt. Geben Sie den Drehwinkel jeweils in Grad an.
- Eine Quelle habe eine Ausdehnung entlang der Sichtlinie von 1 pc, eine mittlere Elektronendichte von 10^2 cm^{-3} und eine homogenes Feld der Stärke $30 \mu\text{G}$. Schätzen Sie, ab welcher Wellenlänge die Emission dieser Quelle weitgehend depolarisiert ist!

Aufgabe 4.3 – Ohm'scher Widerstand eines Dipols (6 Punkte)

Eine Dipolantenne werde in Resonanz mit der treibenden Wechselspannung betrieben. Dazu wird die Länge des Dipols l so gewählt, dass sie die Hälfte der Wellenlänge beträgt, d.h. $l = \lambda/2$. Die Stromverteilung im Dipol sei näherungsweise wie folgt:

$$I(t, z) = \frac{dq}{dz} v(t, z) = I_0 \sin(2\pi vt) \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right),$$

wobei die Ladungsdichte dq/dz konstant ist, v die Geschwindigkeit der Ladungen angibt, ν die anregende Frequenz ist und der Dipol entlang der z -Achse liegt, mit den Endpunkten bei $-\lambda/4$ und $\lambda/4$.

- Bestimmen Sie die Verteilung des elektrischen Feldes $E(\theta, r)$ für große Abstände r (wobei θ der eingeschlossene Winkel zwischen Richtung von \mathbf{r} und der z -Achse ist)
- Bestimmen Sie den zeitlich gemittelten Energiefluss $\langle S \rangle$ durch Sphäre mit Radius $r \gg \lambda$ um den Dipol!
- Welchem Ohm'schen Widerstand entspricht der Dipol somit?

Hinweise:

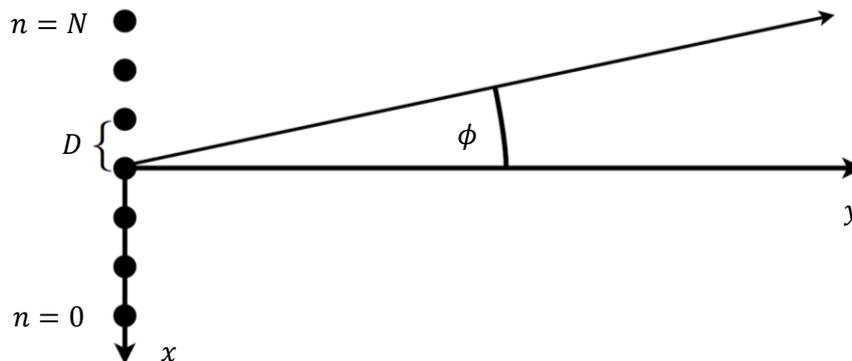
- $\langle \sin^2(2\pi vt) \rangle = 1/2$ und $\int_0^\pi \sin^3 \theta \, d\theta = 4/3$
- Ohm'scher Widerstand in CGS-System: $1\Omega = (1/9) \times 10^{-11} \text{ s cm}^{-1}$

Aufgabe 4.4 – Richtkeule (6 Punkte)

Die Summe der Abstrahlung für N äquidistante Sendeantennen, die mit der gleichen Wechselspannung betrieben werden, kann durch

$$F(\phi) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left(i n \frac{2\pi D \sin(\phi)}{\lambda}\right),$$

beschrieben werden, wobei D der Abstand zwischen den Antennen ist.



Eine Sendeanlage bestehe aus 10 parallel angeordneten Dipolen (Annahme: Dipole entlang x -Achse mit gleichen Abständen verteilt, alle Dipole parallel zur z -Achse ausgerichtet). Der Abstand zwischen den Dipolen betrage $0,5 \lambda$.

- Bestimmen Sie die Richtcharakteristik $|F|^2(\phi)$ in der xy -Ebene als Funktion des Winkels ϕ !
- Fertigen Sie eine Skizze von $|F(\phi)| = \sqrt{|F|^2(\phi)}$ im Bereich $0 < \phi < \pi/4$ an! Bestimmen Sie dazu $|F(\phi)|$ an mehreren geeigneten Stützstellen! Entnehmen Sie der Skizze das Verhältnis von dem ersten Nebenmaximum zum Hauptmaximum $|F(\phi_1)|/|F(\phi = 0)|$

Hinweise:

- Obige Summe ist eine geometrische Summe;
- Benutzen Sie:

$$1 - (e^{i\delta})^N = -e^{Ni\delta/2} (e^{Ni\delta/2} - e^{-Ni\delta/2}) = -e^{Ni\delta/2} \sin(N\delta/2)$$